

竖井内爆炸动力响应分析

杨旭升¹, 冯淑芳^{1,2}, 高 鑫²

(1. 沈阳军区司令部工科所, 沈阳 110162; 2. 解放军理工大学 工程兵工程学院, 南京 210007)

摘 要: 系统地分析了内爆炸条件下冲击波在竖井内的传播和反射规律, 并基于经典弹性理论, 建立了动力平衡方程, 推导出了竖井井壁动力响应的计算表达式, 得到了竖井侧墙最大径向位移和最大内力分布。计算表明: 竖井侧墙最大径向位移出现在竖井中间的某处位置, 具体与点源爆炸物高度有关, 随着爆炸高度的增加, 最大径向位移出现的位置也在向井口方向移动, 但是幅值大小有所减小。

关 键 词: 竖井; 内爆炸; 冲击波; 动力响应; 圆柱壳

中图分类号: O 383

文献标识码: A

Dynamic response analysis of vertical shaft under internal explosion

YANG Xu-sheng¹, FENG Shu-fang^{1,2}, GAO Xin²

(1. Engineering & Research Design Institute of Shenyang Area Headquarters, Shenyang 110162, China;

2. Engineering Institute of PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China)

Abstract: The propagation and reflection rule of shock wave in vertical shaft under internal explosion is analyzed systematically. Based on the elastic theory, the dynamic equation is built; and the calculation formula of dynamic response of vertical shaft is derived; and the maximal radial displacement and internal force distribution of side wall of vertical shaft are obtained. The calculation results show that the location of the maximal radial displacement of vertical shaft is in the middle of shaft, which is related with the height of explosion; and as the increasing of the explosion height, the location of maximal radial displacement moves to the shaft mouth; but its amplitude become less.

Key words: vertical shaft; internal explosion; shock wave; dynamic response; cylindrical shell

1 引 言

竖井是结构工程上广泛使用的辅助设施与通道^[1]。矿井及特大、越江隧道工程通风大多施作竖井^[2]。竖井作为升降人员、运送材料设备以及通风排烟的咽喉要道, 研究竖井在内爆炸荷载作用下的动力响应及安全评估问题是竖井设计中需要考虑的问题之一。

近年来, 内爆炸作用下结构物的安全评估已取得很大进展, 高广远等给出了无限弹性介质中隧道内爆炸动力响应的解析解^[3]; 葛涛等研究了地铁区间隧道内爆炸效应^[4]; 李忠献等分析了地下隧道内爆炸引起的地表结构的动力响应及滑移隔震效果^[5]。由于有限容积内冲击波相互作用的理论研究极其复杂, 目前设计计算实践中只是利用极不充分的一些试验资料, 因此需要进一步深入研究。

2 爆炸荷载的确定

内爆炸作用时, 爆炸冲击波竖井内传播并在井壁处发生反射, 如图 1 所示, 设点爆炸装药位于距竖井底部高度 h_0 的对称轴上, 为了使得到的荷载图形在计算时能够简化, 侧墙上的计算荷载按图 1 所示的两点来确定, 如图 1 所示过 1、2 点作一直线, 可以看出这是偏于保守的取值。

由此, 侧墙上冲击波压力

$$P(x, t) = P_{\text{fi}} \left[1 - \left(1 - \frac{P_{\text{t2}}}{P_{\text{fi}}} \right) \frac{x}{H} \right] f(t) \quad (1)$$

式中: P_{fi} 为障碍物上的反射超压, 由以下公式确定^[6]:

$$P_{\text{fi}} = \Delta P_{\phi} k_{\text{fi}} \quad (2)$$

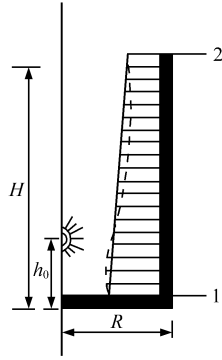


图 1 竖井结构中冲击波反射时的压力图形

Fig.1 Pressure sketch of reflection wave in vertical shaft

空气中爆炸时，入射冲击波超压由以下公式确定^[7]：

$$\Delta P_\phi = \frac{0.084}{\bar{R}} + \frac{0.27}{\bar{R}^2} + \frac{0.7}{\bar{R}^3} \quad (3)$$

式中： $\bar{R} = R/\sqrt[3]{C}$ ； C 为爆炸装药的质量 (kg)； R 为距离 (m)。

如果爆炸发生在地面，能量分配在半空间，因此计算公式中的装药质量应采用双倍数值。

k_f 为反射系数，在 $\alpha < 40^\circ$ (α 为入射角) 的规则反射区， $k_f = k_f^0 = 2 \frac{0.71 + 4P_\phi}{0.71 + P_\phi}$ ；

而在 $\alpha > 40^\circ$ 的非规则反射区中，反射系数 k_f 的数值按线性规律变化并按下式确定：

$$k_f = \frac{k_f^0(90^\circ - \alpha^\circ) + (\alpha^\circ - 40^\circ)}{50^\circ}$$

根据文献[8]，用以下公式来描述超压随时间的变化：

$$f(t) = (1 - t/\tau) e^{-at/\tau} \quad (4)$$

式中： $\tau = B \times 10^{-3} \sqrt[6]{C} \sqrt{R}$ ， B 取 1.3； $\alpha = 0.5 + 10\Delta P_\phi$

3 动力分析

3.1 基本方程

炸药在竖井内爆炸时，由于冲击波的作用，井壁中发生径向弯曲振动。假定炸药放在对称轴上，因而爆炸荷载和壳体位移在与对称轴垂直的任意一个平面上都是相同的。为求解壳体的径向振动问题，从壳体中切出单位面积加以研究，如图 2 表示的就是作用在单位面积上的作用力：壳体表面的弯矩 M_x 、环向弯矩 M_ϕ 、环向力 N_ϕ 和横向力 Q_x 。由于轴对称作用，垂直截面中的横向力 Q_ϕ 、切力

$N_{x\phi} = N_{\phi x}$ 和扭矩 $M_{x\phi} = M_{\phi x}$ 都等于 0，图中没有标出来。同样由于轴对称，环向弯矩 M_ϕ 和力 N_ϕ 在壳体全部周长上都相等^[9]。

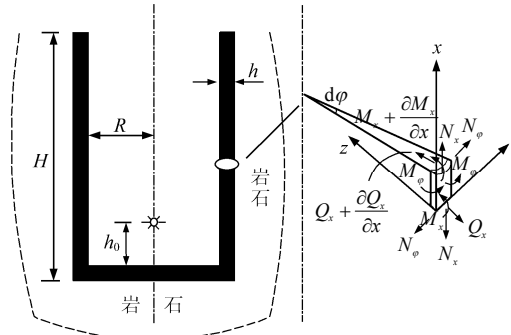


图 2 封闭式圆柱薄壳径向振动时单位面积的计算简图

Fig.2 Calculation sketch of veritcal vibration of cylindrical shells

考虑壳体内壁受到冲击爆炸荷载用，外壁受到周围岩土作用，将岩土介质简化为弹性地基^[10]，因此壳体构件的平衡方程式就是 z 轴上全部内力的投影的总和，它可以写成：

$$\rho h R d\phi dx \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx R d\phi + 2 N_\phi dx \sin \frac{d\phi}{2} = P(x, t) R d\phi dx - k_0 W R d\phi dx \quad (5)$$

式中： k_0 为地基系数； W 为径向位移。

考虑到 $\sin \frac{d\phi}{2} \cong \frac{d\phi}{2}$ 和 $\frac{\partial Q_x}{\partial x} = -\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2}$ ，化简后

得到：

$$\rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{1}{R} N_\phi = P(x, t) - k_0 W \quad (6)$$

竖井井壁一般采用混凝土材料，设 E_x 、 E_θ 、 ν_x 、 ν_θ 为各向异性材料的弹性模量和泊松比； ρ 为材料密度。

由经典板壳理论的轴对称理论可知：

$$N_\phi = K\beta \frac{W}{R} ; M_x = -D \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \quad (7)$$

其中 $\beta = \frac{E_\theta}{E_x} = \frac{\nu_x}{\nu_\phi}$ ； $K = \frac{E_x h}{1 - \nu_x^2}$ ； $D = \frac{E_x h^3}{12(1 - \nu_x^2 / \beta)}$ 。

将其代入式 (2) 得到封闭式圆柱薄壳强迫振动的方程式：

$$D \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + K' W + \rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = p(x, t) \quad (8)$$

$$K' = \left(\frac{K\beta}{R^2} + k_0 \right)$$

边界条件:

$$\left. \begin{aligned} x=0 \text{ 时 } W=0, \frac{\partial W}{\partial x} &= 0 \\ x=H \text{ 时 } M_x &= -D \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0 \\ Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} &= -D \frac{\partial^3 W}{\partial x^3} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

3.2 问题的解

3.2.1 振型函数选择:

由分离变量法, 设式 (8) 的解的形式为^[11]

$$W(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(x) W_n(t) \quad (10)$$

为得到方程的一般形式的解, 首先研究壳体的自振, 自振方程为

$$D \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + K' W + \rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0 \quad (11)$$

若第 n 阶振型的运动可以写成:

$$W_n(x, t) = \Phi_n(x) W_n \sin(\omega_n t) \quad (12)$$

将其代入式 (15) 可以导出

$$D W_n \frac{\partial^4 \Phi_n(x)}{\partial x^4} + K' W_n \Phi_n(x) = \rho h \omega_n^2 \Phi_n(x) W_n \quad (13)$$

设振型函数具有 $\Phi_n(x) = A e^{\lambda x}$ 的形式, 代入式 (13) 得到:

$$(D \lambda^4 + K' - \rho h \omega_n^2) A = 0 \quad (14)$$

为得到非零解令 $D \lambda^4 + K' - \rho h \omega_n^2 = 0$, 可以解出:

$$\begin{aligned} \lambda_j &= \pm \alpha, \pm \alpha i \quad j=1, 2, 3, 4 \\ \alpha &= \sqrt[4]{\frac{1}{D} (-K' + \rho h \omega_n^2)} \end{aligned} \quad (15)$$

从而可以写出振型的一般形式的解:

$$\Phi(x) = C_1 \sin(\alpha x) + C_2 \cos(\alpha x) + C_3 \sinh(\alpha x) + C_4 \cosh(\alpha x) \quad (16)$$

满足边界条件式 (9) 的解的形式为

$$\begin{aligned} \Phi(x) &= \sin(\alpha x) - \text{sh}(\alpha x) + \\ &\frac{\sin(\alpha H) + \text{sh}(\alpha H)}{\cos(\alpha H) + \text{ch}(\alpha H)} (\text{ch}(\alpha x) - \cos(\alpha x)) \end{aligned} \quad (17)$$

aH 的值由超越式 (18) 给出

$$1 + \cos(\alpha H) \text{ch}(\alpha H) = 0 \quad (18)$$

解超越式 (18) 可以得到: $\alpha_1 H = 1.875$; $\alpha_2 H = 4.694$; $\alpha_3 H = 7.855$; ...

将 αH 的值求出后将其代入式 (15) 可以得到相应的频率和振型形式:

3.2.2 问题的解析解

将式 (10) 代入式 (8) 导得:

$$\begin{aligned} D \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d^4 \Phi_n(x)}{dx^4} W_n(t) + K' \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(x) W_n(t) + \\ \rho h \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(x) \ddot{W}_n(t) = q_r(x, t) \end{aligned} \quad (19)$$

在每一项乘以 $\Phi_i(x)$ 并积分得到:

$$\begin{aligned} D \sum_{i=1}^{\infty} W_n(t) \int_0^H \Phi_i(x) \frac{d^4 \Phi_n(x)}{dx^4} dx + \\ K' \sum_{i=1}^{\infty} W_n(t) \int_0^H \Phi_i(x) \Phi_n(x) dx + \rho h \sum_{i=1}^{\infty} \ddot{W}_n(t) \cdot \\ \int_0^H \Phi_i(x) \Phi_n(x) dx = \int_0^H \Phi_i(x) q_r(x, t) dx \end{aligned} \quad (20)$$

由振形正交性可知级数展开项除了第 $i=n$ 项, 全为 0, 这样得到:

$$\begin{aligned} D W_n(t) \int_0^H \Phi_n(x) \frac{d^4 \Phi_n(x)}{dx^4} dx + K' W_n(t) \cdot \\ \int_0^H \Phi_n^2(x) dx + \rho h \ddot{W}_n(t) \int_0^H \Phi_n^2(x) dx = \\ \int_0^H \Phi_n(x) q_r(x, t) dx \end{aligned} \quad (21)$$

对式 (13) 两边乘以 $\Phi_n(x)$ 并积分就可以得到式 (21) 中前两项与第三项的关系式:

$$\begin{aligned} D \int_0^l \Phi_n(x) \frac{\partial^4 \Phi_n(x)}{\partial x^4} dx + K' \int_0^l \Phi_n^2(x) dx = \\ \rho h \omega_n^2 \int_0^l \Phi_n^2(x) dx \end{aligned} \quad (22)$$

将式 (22) 代入式 (21) 可以得到:

$$\begin{aligned} \rho h \omega_n^2 \int_0^l \Phi_n^2(x) dx W_n(t) + \rho h \int_0^l \Phi_n^2(x) dx \ddot{W}_n(t) = \\ \int_0^l \Phi_n(x) q_r(x, t) dx \end{aligned} \quad (23)$$

令:

$$\left. \begin{aligned} M_n &= \rho h \int_0^l \Phi_n^2(x) dx \\ P_n(t) &= \int_0^l \Phi_n(x) q_r(x, t) dx \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

式 (23) 可以写成更简单的形式:

$$\omega_n^2 M_n W_n(t) + M_n \ddot{W}_n(t) = P_n(t) \quad (25)$$

式 (25) 的解为卷积积分的形式:

$$W_n(t) = \frac{1}{M_n \omega_n} \int_0^t P_n(\tau) \sin \omega_n(t-\tau) d\tau \quad (26)$$

将式 (17)、(26) 代入式 (10) 可以得到问题的精确解析解。

4 数值分析

作为数值计算实例, 研究以下竖井模型: $R = 6 \text{ m}$, $h = 0.65 \text{ m}$, $H = 9 \text{ m}$,

混凝土材料参数为: $\rho = 2650 \text{ kg/m}^3$, $E_\theta = 3.45 \times 10^4 \text{ MPa}$, $E_x = 4.35 \times 10^4 \text{ MPa}$, $\nu_x = 0.312$, $\nu_\theta = 0.391$, $G = 1.48 \times 10^4 \text{ MPa}$ 。

周围岩土地基系数: $k_0 = 10^7 \text{ N/m}^3$ 。

点装药距地面 $h_0 = 1 \text{ m}$, 装药 TNT 当量为 $C = 50 \text{ kg}$ 。

图 3 为计算得到的不同位置处的径向位移与时间关系曲线, 图 4 为计算得到的不同时刻径向位移沿坐标轴的分布曲线。

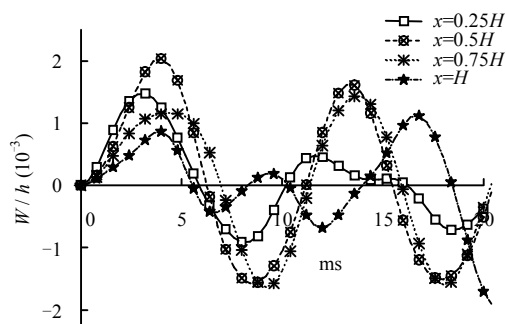


图 3 径向振动与时间关系曲线

Fig.3 Curves of radial vibration vs. time

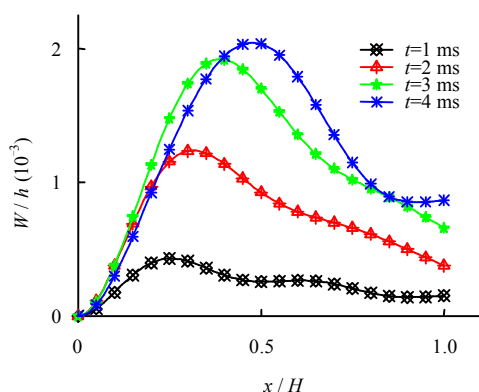


图 4 沿坐标轴挠度分布曲线

Fig.4 Distribution curves of displacements

图 5 给出了竖井侧墙最大径向位移和最大内力分布曲线图, 可见, 壳体表面弯矩 M_x 和横向力 Q_x 在竖井底部达到最大值, 而径向挠度和环向力 N_ϕ 最

大值不是出现在竖井口部, 而是出现在竖井中间的某处位置, 具体与点源爆炸物高度有关, 如果取不同的点装药高度, 计算得到的最大径向挠度沿 x 轴分布曲线如图 6 所示。

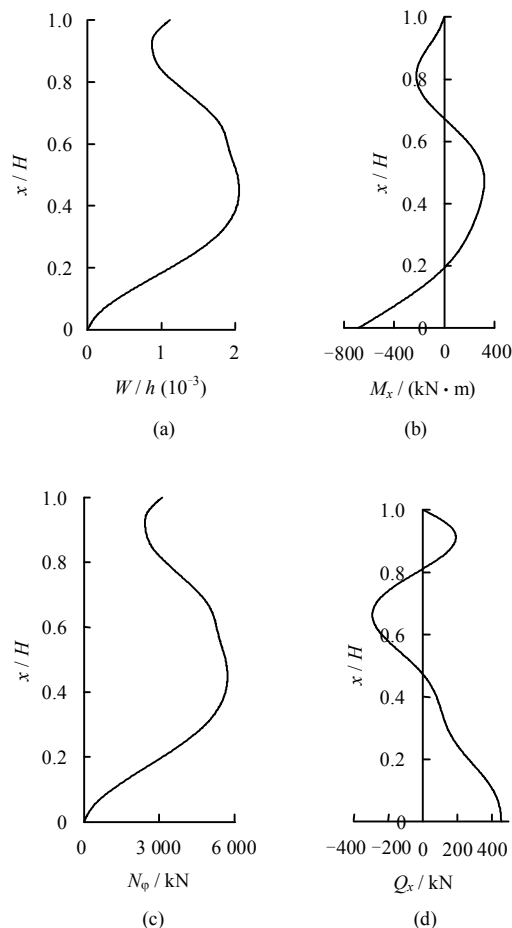


图 5 竖井侧墙最大径向位移和内力分布图

Fig.5 Distribution diagram of maximal radial displacements and internal force of side wall

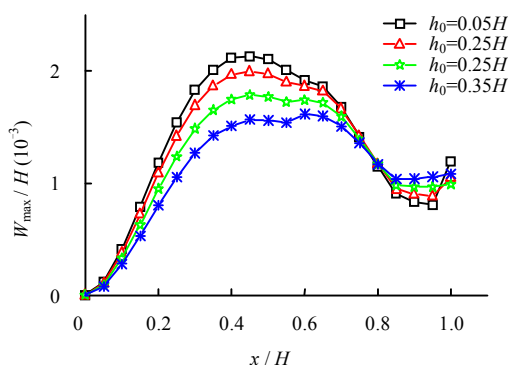


图 6 不同爆高情况下侧墙最大挠度分布曲线

Fig.6 Diagram of maximal displacements of side wall under different explosion heights

在爆炸物贴近竖井底部爆炸的情况下, 出现了较大挠度幅值, 而随着点源爆炸物高度的增加, 最

大径向位移出现的位置也在向井口方向移动,但是幅值大小有所减小。

5 结 论

(1) 系统地给出了内爆炸条件下作用在竖井侧墙上的冲击波反射压力;

(2) 通过经典弹性理论,建立了竖井井壁在内部冲击爆炸荷载作用下的动力平衡方程,并通过分离变量法得到了问题的精确解;

(3) 计算表明,表面弯矩 M_x 和横向力 Q_x 在竖井底部达到最大值,而径向挠度和环向力 N_ϕ 最大值出现在竖井中间的某处位置;随着爆炸高度的增加,最大径向位移出现的位置也在向井口方向移动,但是幅值大小有所减小。

参 考 文 献

- [1] 斯·阿·费多罗夫. 矿井井筒的延深[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1956.
- [2] 陈小雄. 现代隧道工程理论与隧道施工[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 2006.
- [3] 高广远, 高盟, 冯世进. 无限介质中隧道内爆炸动力响应的解析解[J]. 西北地震学报, 2008, 30(2): 124—127.
GAO Guang-yun, GAO Meng, Feng Shi-jin. Analytical solution for the dynamic response of tunnel to an internal explosion in infinite elastic medium[J]. **Northwestern Seismological Journal**, 2008, 30(2): 124—127.
- [4] 葛涛, 耿民. 地铁区间隧道内爆炸效应研究[J]. 岩土力学, 2006, 27(增刊 2): 759—762.
- GE Tao, GENG Min. Study on inner explosion of sectional tunnel in subway[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(Supp. 2): 759—762.
- [5] 李忠献, 田力. 接触爆炸波作用下基底滑移隔震建筑-土-隧道相互作用的动力分析[J]. 工程力学, 2004, 21(6): 56—64.
LI Zhong-xian, TIAN Li. Dynamic interaction analysis of sliding base-isolated building-soil-tunnel subjected to underground explosion wave[J]. **Engineering Mechanics**, 2004, 21(6): 56—64.
- [6] KRAUTHAMMER T. Modern protective structures[M]. Boca Raton London New York: CRC Press Taylor & Francis Group, 2008.
- [7] 钱七虎, 王明洋. 高等防护结构计算理论[M]. 南京: 江苏科技出版社, 2009.
- [8] 亨利奇 J. 爆炸动力学及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1987.
- [9] 曹志远. 板壳振动理论[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1989.
- [10] 龙驭球. 弹性地基梁的计算[M]. 北京: 高等教育出版社, 1981.
- [11] (美) 克拉夫 R W. 结构动力学[M]. 北京: 科学出版社, 1983.